

文章编号: 1007-2780(2013)05-0799-06

基于贝叶斯估计的剪切波域局部自适应图像去噪

龚俊亮^{1,2}, 何 昕¹, 魏仲慧¹, 王方雨¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033, E-mail: gongjunliang198802@sina.com;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 提出一种基于贝叶斯估计和剪切波变换相结合的图像去噪算法。对含有加性高斯白噪声的图像进行剪切波变换, 得到各尺度各方向上的剪切波系数; 利用剪切波系数的相关性, 以当前子带剪切波系数为中心, 选取尺寸合适的邻域窗口, 以该窗口为单位, 在贝叶斯最大后验概率准则下推导出基于剪切波系数为拉普拉斯先验分布的最大后验估计表达式和子带阈值, 再通过软化处理达到系数收缩的目的; 对处理后的剪切波系数反变换, 得到处理后的图像。实验表明, 与传统的小波域去噪算法相比, 该方法获得了明显的峰值信噪比增益, 主观视觉效果也得到了改善。

关 键 词: 贝叶斯估计; 剪切波; 图像去噪

中图分类号: TP391

文献标识码: A

DOI: 10.3788/YJYXS20132805.0799

Local Adaptive Image Denoising Based on Bayesian Estimation in Shearlet Domain

GONG Jun-liang^{1,2}, HE Xin¹, WEI Zhong-hui¹, WANG Fang-yu¹

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences,

Changchun 130033, China, E-mail: gongjunliang198802@sina.com;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Based on the combination of Bayesian estimation and Shearlet transform, an algorithm for image denoising is proposed. In order to get Shearlet coefficients in all scales and directions, image with additive white Gaussian noise is processed by Shearlet transform. With the dependencies of the Shearlet coefficients, the new method select a proper neighboring window by centering the current coefficient within it, and conclude the MAP expression and sub-band thresholds under Bayesian maximum posterior probability criteria when Shearlet coefficients is thought to have Laplace prior distribution, then made shrinkage on it by soft threshold. Inverse Shearlet transform is performed to the processed coefficients and get the denoised image. The experimental results demonstrate that compared with traditional wavelet domain denoising algorithms, the proposed method not only improves peak ratio of signal to noise but also have a remarkable visual effects.

Key words: bayesian estimation; Shearlet transform; image denoising

收稿日期: 2012-05-05; 修订日期: 2012-06-07

基金项目: 国家自然科学基金(No. 60878052)

作者简介: 龚俊亮(1988—), 男, 江西丰城人, 博士, 主要从事数字图像处理方面的研究。

1 引 言

图像去噪是图像处理领域的经典课题,实际图像在形成、传输的过程中不可避免地会受到各种噪声的干扰,因此,如何提高图像信噪比,有效滤除噪声并最大限度地保留图像边缘和细节等重要信息从而提高图像质量是图像去噪的主要目标。

小波变换以其良好的时频特性和多分辨率特性被广泛应用于各个领域的图像去噪^[1-4],小波的兴起得益于 Mallat 等人引入的多分辨率分析的概念、紧支撑小波的构造、快速小波算法的实现以及小波对具有点奇异的目标函数具有最稀疏的逼近性能^[4]。对于二维图像而言,图像的主要信息由边缘和纹理特征所描述,边缘和纹理是图像函数中的“线奇异”。研究表明,理想的高维函数表示方法其基本元素至少应该是多方向的,或者说“各向异性”,然而常用的二维小波由一维小波长成,这种小波只有“水平”、“垂直”、“对角”3 个有限方向的空间辨析能力,它在表示图像结构的曲线和直线的奇异性时不太理想,且不能有效捕捉图像的纹理和边缘信息,正是空间方向辨析能力的不足使得二维张量小波对含“线奇异”的函数不能达到最优的非线性逼近^[5-6]。

在小波变换基础上提出的多尺度几何分析由于具备高维奇异性描述的优势,被广泛应用于图像理解和图像处理(图像去噪、图像分割、纹理分析)等领域,剪切波(Shearlet)是多尺度几何分析的最新发展,对图像的表示同时具有多分辨、局域性和方向性等优点。本文以剪切波变换(Shearlet Transform, ST)为基础,利用贝叶斯估计充分挖掘图像剪切波系数间的尺度相关性,提出一种有效去除图像噪声的算法。实验结果充分表明,该算法与传统的和部分当前的算法相比能更准确地将图像中轮廓信息捕获到不同尺度和不同频率的子带中。特别是对于那些具有大量纹理的图像,利用本算法进行处理能获得更高的峰值信噪比和更好的视觉效果。

2 剪切波变换

K. Guo 和 G. Easley 等人通过特殊形式的具有合成膨胀的仿射系统构造了剪切波变换^[7]。一个常用的具有合成膨胀性质的仿射系统如下

所示:

$$A_{AB}(\phi) = \phi_{i,j,k}(x) = |\det A|^{i/2} \phi(B^j A^i x - k) \\ i, j \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}^2 \quad (1)$$

其中伸缩矩阵 $A = [2, 0; 0, \sqrt{2}]$, 剪切矩阵 $B = [1, 1; 0, 1]$; 剪切波通过一个基本函数(如式(1)中的 ϕ)的伸缩、平移和剪切变换来构造,它是小波变换的多维形式,特别适合解决在不同尺度下各向异性问题,能够获得数据的几何信息^[8]。

剪切波变换定义如下:

$$SH_{\psi} f(a, s, t) = \langle f, \psi_{a,s,t} \rangle, a > 0, \\ s \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^2 \quad (2)$$

式中: $\psi_{a,s,t}(x) = |\det M_{as}|^{1/2} \psi(M_{as}^{-1}(x-t))$, 并且 $M_{as} = [a, a^{1/2}s; 0, a^{1/2}]$, 令 $B_s = [1, s; 0, 1]$, $A_a = [a, 0; 0, a^{1/2}]$, 则 $M_{as} = B_s A_a$, 所以每一个 M_{as} 矩阵包含两个矩阵: 各向异性膨胀矩阵 A_a 和剪切矩阵 B_s 。

剪切波变换的频域平面划分图如图 1 所示, 每个剪切波变换 $\psi_{a,s,t}(\omega)$ 在不同尺度、相对原点对称、沿着 s 的斜率方向的梯形区域上支撑。所以, 剪切波变换是一个参数尺度 a 、方向 s 、位置 t 的函数集合^[9-10]。剪切变量 s 是相对于剪切波变换方向的斜率, 而不是相对于 ξ_1 轴的角度。令 J 表示图像分解层数, l_i 是在尺度 j 下的方向分解级数, 则剪切波与小波的支撑基如图 2 所示。

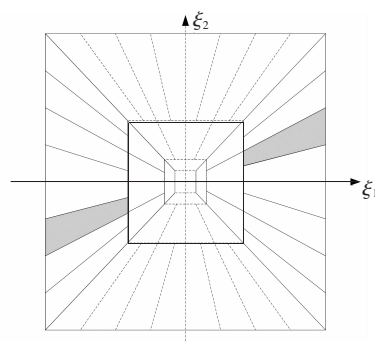


图 1 剪切波频域平面划分图

Fig. 1 Tiling of the frequency plane induced by the Shearlets

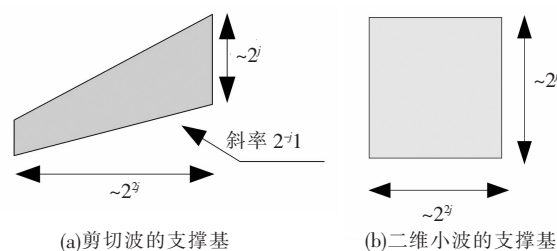


图 2 剪切波与小波的支撑基比较

Fig. 2 Comparison of the support bases for Shearlet and wavelet

3 基于贝叶斯估计的剪切波域去噪

3.1 拉普拉斯模

在数字图像的噪声抑制问题中,我们往往是基于以下模型 $g=x+n$, x 代表原图像, g 表示降质图像, n 代表噪声。设 n 服从 $N(0, \sigma_n^2)$ 分布,在剪切波域去噪方法中,设 $y=w+k$ 为相应的剪切波系数,剪切波域去噪即从观测系数 y 中得到真实系数 w 的估计 $\hat{w}(y)$ 。

对于自然图像,剪切波系数具有非高斯特性,各高频子带中的系数基本都在零点附近对称分布,并在零点处达到尖峰值,在实际中,这种分布常用拉普拉斯模型进行描述,拉普拉斯模型也称双指数模型^[11],是广义高斯分布的一种特例,并其概率密度函数 pdf 如下:

$$p_w(w) = (1/\sqrt{2}\sigma) \cdot \exp(-\sqrt{2}|w|/\sigma) \quad (3)$$

w 为剪切波系数,由于该分布只有一个参数,即标准差 σ ,数学表达式简单,结合贝叶斯理论通常可得到估计的解析解。

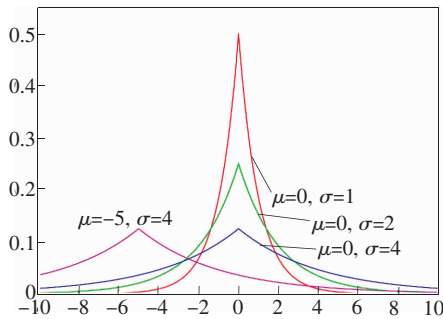


图3 μ, σ 取不同值的拉普拉斯概率密度函数

Fig. 3 Laplace probability density curve with different value of μ and σ

3.2 贝叶斯最大后验估计

在贝叶斯统计理论中,最大后验估计(MAP)是一种常用的方法,MAP估计即在给定观测数据 y 的条件下,使真实图像系数 w 后验概率密度 $p_{w|y}(w|y)$ 最大的 w ,即:

$$\hat{w}(y) = \operatorname{argmax}_w [p_{w|y}(w|y)] \quad (4)$$

设噪声为零均值、标准差为 σ_k 的高斯白噪声,概率密度函数为:

$$p_k(k) = (1/\sqrt{2\pi}\sigma_k) \cdot \exp(-k^2/2\sigma_k^2) \quad (5)$$

利用贝叶斯准则可知:

$$\hat{w}(y) = \operatorname{argmax}_w [p_{y|w}(y|w) \cdot p_w(w)] =$$

$$\operatorname{argmax}_w [p_k(y-w) \cdot p_w(w)] \quad (6)$$

$$\text{即 } \hat{w}(y) = \operatorname{argmax}_w [\log(p_k(y-w) + \log(p_w(w)))] \quad (7)$$

将式(3),式(4)代入式(7),对 w 求导,并令其为0,结果如式8所示:

$$\hat{w} = y - (\sqrt{2}\sigma_k^2/\sigma) \cdot |w|' \quad (8)$$

利用 $|w|' = \operatorname{sign}(w)$,且根据 Donoho 的去噪理论^[12-13],若将 $\sqrt{2}\sigma_k^2/\sigma$ 视为阈值,则由上式可得到具有软阈值函数形式的最大后验估计:

$$\hat{w}(y) = \operatorname{sign}(y) \cdot (|y| - T)_+ \quad (9)$$

其中, T 表示阈值:

$$T = \sqrt{2}\sigma_k^2/\sigma \quad (10)$$

$$\text{而符号 } (g)_+ = \begin{cases} 0, & \text{if } g < 0 \\ g, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

利用式(9)估计真实剪切波系数 w ,关键在于式(10)阈值 T 的计算,即要求已知噪声方差 σ_k^2 和拉普拉斯分布的边缘标准差 σ 。 σ_k^2 可采用 Donoho 提出的鲁棒性中值估计:

$$\sigma_k^2 = \operatorname{median}(|y(i)|)/0.6745 \quad (12)$$

3.3 考虑系数邻域关系的贝叶斯估计

以上阈值的求取办法建立在图像剪切波系数服从拉普拉斯分布的基础上,将剪切波系数的先验模型应用于去噪过程,其形式简洁,运算简单,能获得贝叶斯风险最小化下的子带自适应阈值,但该阈值是建立在剪切波系数独立同分布的基础上,忽略了一子带剪切波系数聚集性分布的特点:也就是对一个幅值较大的系数,其邻域范围内的其他系数仍然较大的可能性很大。

鉴于此,本文在引入贝叶斯估计后更进一步,认为剪切波子带内的系数之间存在较强的相关性,每一个高频系数子带都服从具有不同边缘标准差的拉普拉斯分布,而该边缘标准差可视为局部强相关的随机变量,它依赖于以该系数为中心的局部窗口内的所有系数。以当前子带内的每一个剪切波系数为中心,选取尺寸合适的邻域窗口,以该窗口为单位计算局部区域内真实图像的标准差和相应阈值。第 j 级剪切波系数中去估计边缘方差 σ_{ij}^2 ,首先采用最大似然估计(ML)方法得到每个含噪观测子带的方差估计:

$$\hat{\sigma}_y^2 = (\sum_i y^2(i))/(n \times n) \quad (13)$$

其中 $n \times n$ 为子带尺寸,由观测数据模型可以得出 $\sigma_y^2 = \sigma_{ij}^2 + \sigma_k^2$,则模型边缘标准差估计为:

$$\hat{\sigma}_{ij} = \sqrt{\max(\hat{\sigma}_y^2 - \hat{\sigma}_k^2, 0)} \quad (14)$$

利用本文算法进行图像去噪的主要过程如下:

(1)对含有噪声的图像进行 ST 变换,得到各尺度各方向上的 ST 系数,本文对 ST 系数进行 4 层分解。

(2)按照式(12)估计图像中的噪声方差 σ_k^2 。

(3)对于任一高频子带 i ,以当前的剪切波系数 y_{ij} 为中心,选取一个局部窗口 N ,通过该窗口内所有的剪切波系数来估计当前含噪系数的方差 σ_y^2 :

$\sigma_y^2 = \sum_{(i,j) \in N} y_{ij}^2 / N$, N 表示当前窗口内所有剪切波系数的个数,同时通过式(14)计算出该高频子带的边缘标准差 σ_{ij} 。

(4)把通过步骤 2 估算出的 σ_k^2 与步骤 3 估算出的 σ_{ij} ,代入式(8)计算得到 $\hat{w}(y_{i,j})$ 。

(5)移动窗口对下一个系数 $y_{i,j+1}$ 进行类似的处理,直至该子带 i 所有的剪切波系数处理完毕。

(6)重复上述过程直至处理完毕所有高频子带的剪切波系数。

(7)对处理后的 ST 系数进行逆变换重构以获取去噪后的图像,并对去噪的效果进行主客观评价。

该算法的结构流程图,如图 4 所示。

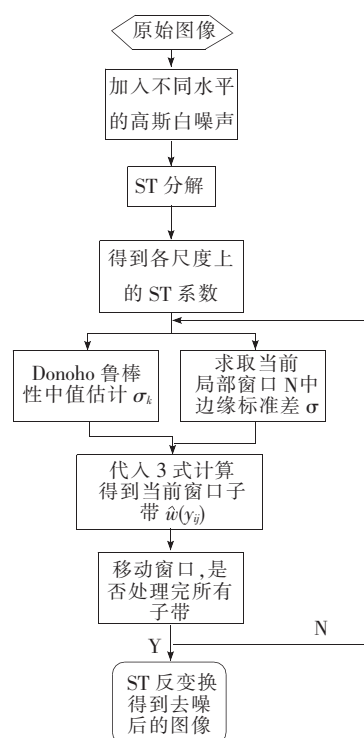


图 4 本文算法的结构流程图

Fig. 4 Structure flowchart of the proposed algorithm

4 实验结果

选取具有丰富纹理特征的标准测试图像 Barbara 为实验图像,大小为 512×512 像素。以 Matlab R2008a 平台编程实现了 4 个去噪算法:



图 5 $\sigma_n = 15$ 时不同算法的去噪效果

Fig. 5 Denoising results of different algorithms when $\sigma_n = 15$

经典小波变换 (WT), Contourlet 变换 (CT)^[14], Shearlet 变换 (ST), 以及本文方法, 为了比较不同方法的滤波效果和质量, WT 变换选用 Symlets 小波族中的 sym4 小波基、CT、ST 以及本文方法选用 Pkva 方向滤波器组和 Daubechies9/7 塔式分解, 以上所有方法分解层数都为 4 层, 本文

方法局部窗口大小为 5×5 , 图 5 给出了不同算法去噪后的图像。

为了比较不同算法对图像边缘和纹理等重要细节信息的保留效果, 从图像中选取纹理特征丰富的同一区域, 放大 2 倍进行观察, 图 6 是相应的结果。

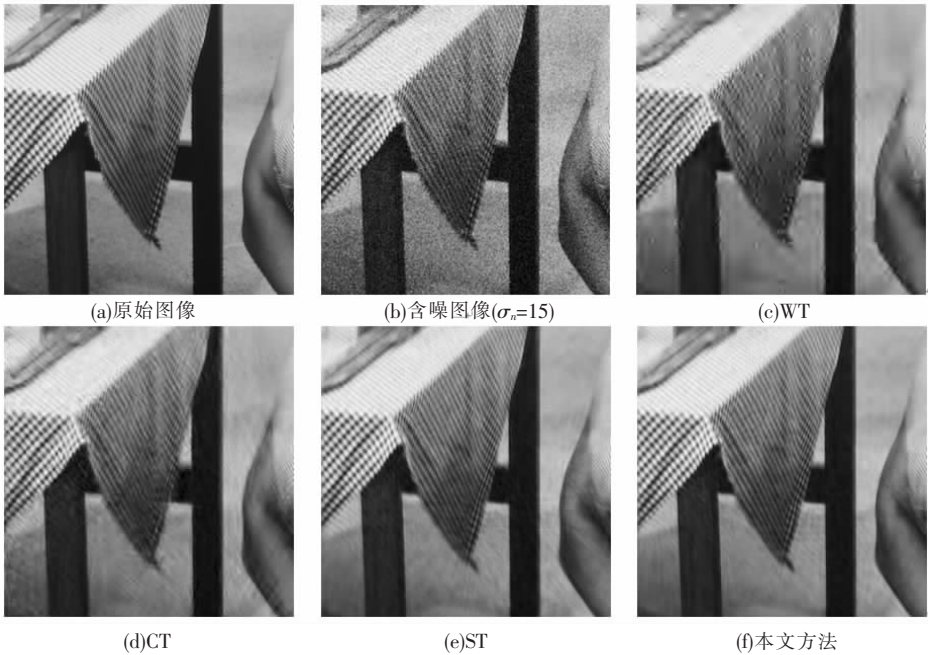


图 6 为 15 时不同算法同一区域局部放大去噪效果

Fig. 6 Different algorithms denoising results of the same region enlarged when $\sigma_n = 15$

从去噪后的视觉效果对比来看, WT 不能很好处理图像的边缘和纹理等信息, 图像的重建误差较大, CT 相对 WT 有很大的改进, 但是当噪声方差较大时其去噪性能趋于保守, 导致噪声滤除不彻底, ST 能获取图像的多尺度各向异性信息, 其效果有了明显改善, 本文在 ST 基础上, 考虑了剪切波系数的先验统计模型, 充分利用了子带剪切波系数间的局部相关性, 既有效滤除了噪声, 又较好地改善了图像视觉效果。

为了从客观上验证本文算法的有效性和稳健性, 向图像中分别添加均方差为 $\sigma_n = 10、25、35、$ 和 45 的高斯白噪声, 使用上述几种算法进行去噪实验, 以峰值信噪比 (PSNR) 作为衡量去噪性能的指标, 结果见表 1。

从表 1 可以看出, 用以上 4 种方法对含有噪声的 Barbara 图像进行处理, 都能在一定程度上改善图像的质量, 在 4 种方法里面, 小波去噪后的效果是最差的, 在每一个噪声级上其 PSNR 值均

表 1 不同去噪方法的峰值信噪比 PSNR

Table 1 PSNR of different algorithms (dB)

噪声标准差 σ_n	noise	WT	CT	ST	本文方法
10	28.151 0	29.004 3	30.176 4	31.764 6	32.780 6
15	24.603 2	26.554 6	27.700 8	29.920 7	30.953 3
25	20.177 1	22.523 1	24.495 1	27.547 5	28.030 2
35	17.275 0	19.462 7	22.633 4	25.963 0	26.715 8
45	15.058 7	18.114 3	21.285 1	24.713 3	25.328 7

为最小,ST 的效果要好于 CT,本文在 ST 的基础上,提出以拉普拉斯分布作为 ST 系数的先验概率分布,利用邻域窗中的系数去估计当前系数方差,从图 5,细节图 6 及表 1 所示的实验结果来看,本文方法能有效地去除图像噪声,从视觉效果以及 PSNR 方面,都可以看出本文方法比其他 3 种方法去噪效果要好。

5 结 论

提出一种基于贝叶斯估计和剪切波变换相结

合的图像去噪算法。利用剪切波变换具有各向异性和多方向选择性等特点,结合贝叶斯最大后验概率估计,并且将剪切波系数的相关性纳入图像去噪策略,计算每个系数相应的局部自适应阈值并进行软化处理。实验表明,与传统的小波域去噪算法相比,该方法获得了明显的峰值信噪比增益,主观视觉效果也得到了改善。但是应当指出的是,由于采用移动窗口对子带系数进行处理,使得去噪所耗费的时间较长,如何提高运算速度是下一步需要研究的关键问题。

参 考 文 献:

- [1] 丁南南,刘艳滢,朱明. 尺度相互作用墨西哥帽子波提取图像特定点 [J]. 液晶与显示, 2012, 27(1): 125-138.
- [2] 唐艳秋,张星祥,李新娥,等. 基于人眼视觉灰度识别特性的图像动态范围小波变换处理方法 [J]. 液晶与显示, 2012, 27(3): 385-390.
- [3] 孟伟,金龙旭,韩双丽. 二维提升小波的 VLSI 结果设计及 FPGA 验证 [J]. 液晶与显示, 2011, 26(3): 404-408.
- [4] 于长淞,方超. 基于小波变换的 ESPI 图像去噪及边缘提取 [J]. 液晶与显示, 2011, 26(6): 818-822.
- [5] 陈武凡. 小波分析及其在图像处理中的应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2002: 152-166.
- [6] 冈萨雷斯. 数字图像处理 (第二版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 2007: 276-322.
- [7] Guo K, Labate D. Optimally sparse multidimensional representation using shearlets [J]. *SIAM J. Math Anal.*, 2008, 39(1): 298-318.
- [8] 秦翰林,李佳,周慧鑫,等. 采用剪切波变换的红外弱小目标背景抑制 [J]. 红外与毫米波学报, 2011, 30(2): 162-166.
- [9] 邹瑞滨,史彩成,毛二可. 基于剪切波变换的复杂海面红外目标检测算法 [J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(5): 1103-1108.
- [10] 王雷,李彬,田联房. 基于平移不变剪切波变换的医学图像融合 [J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2011, 39(12): 13-18.
- [11] 杨国梁,雷松泽. 基于贝叶斯估计自适应软硬折衷阈值 Curvelet 图像去噪技术 [J]. 西安工程大学学报, 2011, 25(6): 857-861.
- [12] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage [J]. *Biometrika*, 1994, 81(3): 425-455.
- [13] Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage [J]. *Journal of the American Statistical Assoc.*, 1995, 90(12): 1200-1224.
- [14] 董鸿燕,扬卫平,沈振康. 基于 Contourlet 变换的自适应图像去噪方法 [J]. 红外技术, 2006, 28(9): 552-556.